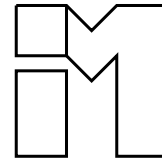




Prof. Dr. H. J. Pesch
Lehrstuhl für Ingenieurmathematik
Universität Bayreuth



Optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen Optimal Control of Partial Differential Equations (Teil 2: WS 2012/13)

27. Übung

Vorbemerkung:

Zum Kapitel über semilineare elliptische Optimalsteuerungsprobleme besprechen wir noch im Nachtrag eine Aufgabe zu einem *sehr guten* Verfahren, dem SQP-Verfahren (*sequential quadratic programming*).

1) SQP-Verfahren

In jedem Iterationsschritt des SQP-Verfahrens zur Lösung eines semilinearen elliptischen Optimalsteuerungsproblems mit verteilter Steuerung,

$$\min_{u \in U_{\text{ad}}} J(y, u) := \int_{\Omega} \varphi(x, y(x)) \, dx + \int_{\Omega} \psi(x, u(x)) \, dx$$

unter den Nebenbedingungen

$$-\Delta y + y + d(x, y) = u \quad \text{in } \Omega,$$

$$\partial_{\nu} y = 0 \quad \text{auf } \Gamma,$$

$$u \in U_{\text{ad}} := \{u \in L^{\infty}(\Omega) : u_a(x) \leq u(x) \leq u_b(x) \quad \text{fast überall}\},$$

löst man, ausgehend von der aktuellen Iterierten (y_n, u_n, p_n) , ein linear-quadratisches Optimalsteuerungsproblem der Form

$$\begin{aligned} \min_{u \in U_{\text{ad}}} \tilde{J}(y, u) := & \int_{\Omega} (\varphi_y(x, y_n) (y - y_n) + \psi_u(x, u_n) (u - u_n)) \, dx \\ & - \frac{1}{2} \int_{\Omega} p_n d_{yy}(x, y_n) (y - y_n)^2 \, dx \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varphi_{yy}(x, y_n) (y - y_n)^2 + \psi_{uu}(x, u_n) (u - u_n)^2) \, dx \end{aligned}$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} -\Delta y + y + d(x, y_n) + d_y(x, y_n)(y - y_n) &= u && \text{in } \Omega \\ \partial_\nu y &= 0 && \text{auf } \Gamma \\ u \in U_{\text{ad}} &:= \{u \in L^\infty(\Omega) : u_a(x) \leq u(x) \leq u_b(x)\} && \text{fast überall} . \end{aligned}$$

Man leite die adjungierte Gleichung für das linear-quadratische Teilproblem her. Wie lauten die zugehörige Variationsungleichung, das Minimumprinzip und die Projektionsformel für das linear-quadratische Teilproblem?